Problem 1 Sec 4.3 #10 (a)

Let $x=(x_1,x_2)$, $y=(y_1,y_2)$, $z=(z_1,z_2)$, $c\in\mathbb{R}$, and $A=\begin{bmatrix}2&1\\1&1\end{bmatrix}$

(i) $\langle cx+y, z\rangle = \begin{bmatrix}cx_1+y_1 & cx_2+y_2\end{bmatrix} A \begin{bmatrix}z_1\\z_2\end{bmatrix}$

$= \left(c\begin{bmatrix}x_1 & x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}y_1 & y_2\end{bmatrix}\right) A \begin{bmatrix}z_1\\z_2\end{bmatrix}$

$= c\begin{bmatrix}x_1 & x_2\end{bmatrix} A \begin{bmatrix}z_1\\z_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}y_1 & y_2\end{bmatrix} A \begin{bmatrix}z_1\\z_2\end{bmatrix}$

$= c\langle x, z\rangle + \langle y, z\rangle$

(ii) $\langle x, y\rangle = \begin{bmatrix}x_1 & x_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&1\\1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}y_1\\y_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}x_1 & x_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2y_1+y_2\\y_1+y_2\end{bmatrix} = 2x_1y_1+x_1y_2+x_2y_1+x_2y_2$

$\langle y, x\rangle = \begin{bmatrix}y_1 & y_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&1\\1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}y_1 & y_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2x_1+x_2\\x_1+x_2\end{bmatrix} = 2x_1y_1+x_2y_2+y_2x_1+y_2x_2$

Same